

Государственное учреждение образования
«Минский областной институт развития образования»

Г. И. Ерофеева, Т. И. Развина

ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ТЕЛ

Минск 2023

УДК 372.853
ББК 74.262.22
Е78

Рекомендовано научно-методическим советом
государственного учреждения образования
«Минский областной институт развития образования»

А в т о р ы:

Г. И. Ерофеева, учитель физики высшей квалификационной категории
ГУО «Средняя школа № 51 г. Минска»;

Т. И. Развина, кандидат физико-математических наук, доцент

Под редакцией Е. Н. Власовец

Р е ц е н з е н т ы:

В. В. Красовский, доцент кафедры экспериментальной и теоретической физики
Белорусского национального технического университета,
кандидат физико-математических наук, доцент;

Т. С. Пролиско, старший преподаватель кафедры педагогики и предметных
методик ГУО «Минский областной институт развития образования»

Ерофеева, Г. И.

Е78 Движение заряженных тел / Г. И. Ерофеева, Т. И. Развина ; под ред.
Е. Н. Власовец ; ГУО «Мин. обл. ин-т развития образования». – Минск :
Мин. обл. ин-т развития образования, 2023. – 52 с.
ISBN 978-985-7225-50-7.

В пособии представлены решения задач, предлагавшихся абитуриентам на вступительных экзаменах в учреждения высшего образования технического профиля, централизованном тестировании, а также олимпиадах различного уровня. При решении задач предложены ключевые методы, которые обладают универсальностью и применимы к решению большого числа задач на тему движения и взаимодействия заряженных частиц.

Пособие предназначено методистам, учителям физики, студентам физико-математических факультетов педагогических специальностей учреждений высшего образования и учащимся учреждений общего среднего образования.

УДК 372.853
ББК 74.262.22

ISBN 978-985-7225-50-7

© Г. И. Ерофеева, Т. И. Развина, 2023
© Минский областной институт
развития образования, 2023

Содержание

Введение.....	4
Часть 1.....	5
Часть 2.....	29
Список использованных источников.....	51

РЕПОЗИТОРИЙ МОИРО

Введение

Умение решать задачи по теме «Движение и взаимодействие заряженных частиц» на вступительных испытаниях разного уровня позволяет проверить, насколько глубоко учащийся понимает сущность физических явлений и может практически применять эти знания в данной физической ситуации, выбрать правильный путь решения и обосновать его. Эта тема часто вызывает у учащихся большие затруднения, поскольку в данных задачах необходимо использовать законы и формулы различных разделов курса физики.

Цель данного пособия – помочь обобщить и закрепить основные методы решения задач данного типа.

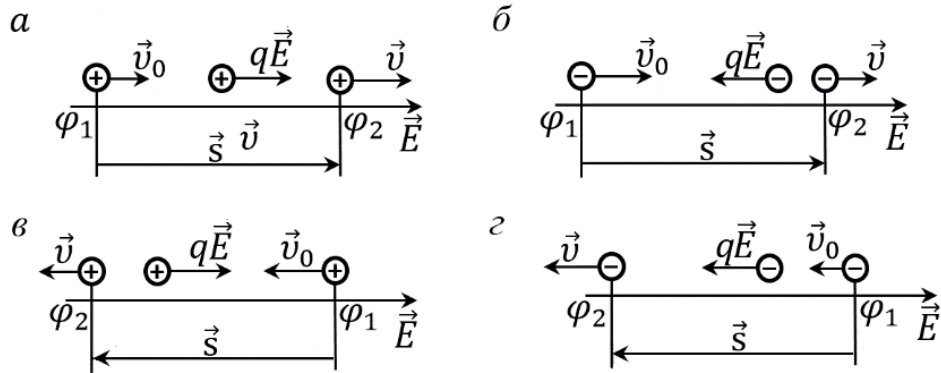
Подбор задач проводился с учетом заданий централизованного тестирования, а также учебных пособий [4; 5].

В представленных задачах выполнен анализ прямолинейного и криволинейного движений заряженных тел, основанный на комплексном применении законов динамики и сохранения энергии в механике и электродинамике. В выполненных решениях типовых и более сложных задач использовались модели материальной точки и точечного заряда.

Данный материал может использоваться на уроках физики и факультативных занятиях. При самостоятельном использовании пособия учащимися рекомендуется работать в следующей последовательности: внимательно прочитать условие задачи, повторить теоретический материал из школьного учебника, самостоятельно сделать рисунок к задаче, выполнить решение и сравнить его с решением, приведенным в пособии.

Часть 1

Задача 1.1. Рассмотрим движение заряженных частиц в горизонтальном однородном электрическом поле напряженностью $\vec{E}$. Пренебрегая силой тяжести, действующей на частицу, свяжем следующие параметры: перемещение $\vec{s}$, начальную $\vec{v}_0$ и конечную $\vec{v}$ скорости частицы, а также потенциалы электрического поля в ее начальном и конечном положениях.



На рисунках указаны направления линий напряженности $\vec{E}$ однородного электрического поля и скоростей частицы. При решении задач подобного типа необходимо воспользоваться теоремой о кинетической энергии: изменение кинетической энергии тела равно работе результирующей силы, действующей на тело: $\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = A = qEs = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU$, где $\frac{mv^2}{2}$ и $\frac{mv_0^2}{2}$ – кинетические энергии частицы в начальном и конечном положениях; $qEs = A$ – работа результирующей силы при перемещении частицы на расстояние s ; φ_1 и φ_2 – потенциалы точек поля начального и конечного положений частицы; $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – разность потенциалов точек (напряжение); $q\varphi_1$ и $q\varphi_2$ – потенциальные энергии частицы в начальном и конечном положениях.

Проанализируем характер движения частицы. Для случая *а* ($\vec{v}_0 \uparrow \vec{E}$): $q > 0$, $\varphi_1 > \varphi_2$ (потенциал электрического поля вдоль линий поля понижается), следовательно, $v > v_0$; положительно заряженная частица движется вдоль линий поля с ускорением.

Случай *б* ($\vec{v}_0 \uparrow \vec{E}$): $q < 0$, $\varphi_1 > \varphi_2$, скорость частицы уменьшается – отрицательно заряженная частица движется вдоль линий поля замедленно.

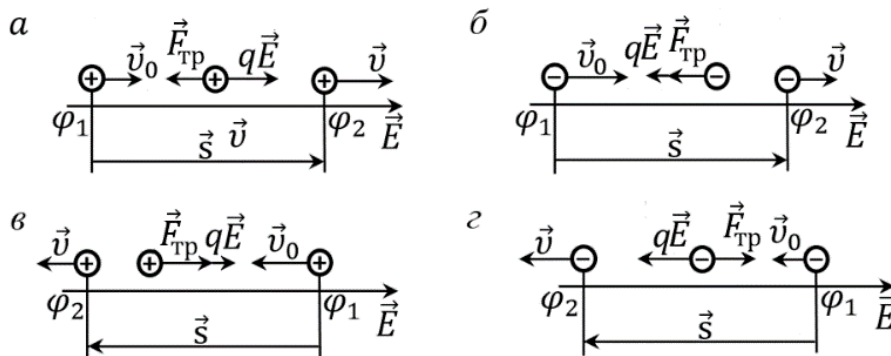
Случай *в* ($\vec{v}_0 \downarrow \vec{E}$): $q > 0$, $\varphi_1 < \varphi_2$, следовательно, $v < v_0$; положительно заряженная частица движется против линий поля замедленно.

Случай *г* ($\vec{v}_0 \downarrow \vec{E}$): $q < 0$, $\varphi_1 < \varphi_2$, следовательно, $v > v_0$; отрицательно заряженная частица движется против линий поля ускоренно.

Из анализа характера движения видно, что случай *а* подобен случаю *г*; случай *б* подобен случаю *в*: положительно заряженная частица движется ускоренно вдоль линий поля, отрицательно заряженная частица – против;

отрицательно заряженная частица движется замедленно вдоль линий поля, положительно заряженная – против.

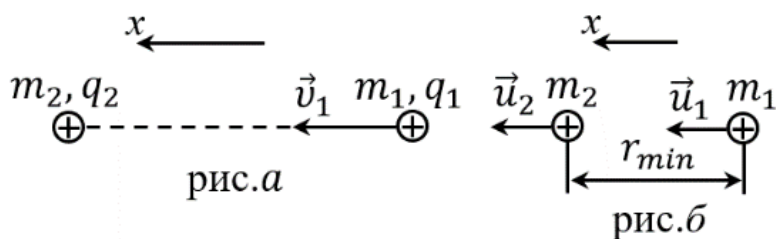
Задача 1.2. Усложним условие задачи и рассмотрим движение заряженной частицы в однородном электрическом поле по горизонтальной шероховатой поверхности, коэффициент трения о которую μ .



Из теоремы о кинетической энергии $\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = (qE \pm F_{\text{тр}})s$, где $(qE \pm F_{\text{тр}}) = F_{\text{рез}}$ – результирующая сила, действующая на частицу в процессе движения ($F_{\text{тр}} = \mu mg$). Для случаев *а* и *г* наблюдается ускоренное движение; для случаев *б* и *в* – замедленное. Из приведенных выше выражений можно определить любой параметр движения: скорость частицы до и после перемещения, перемещение, заряд частицы, величину напряженности электрического поля, массу частицы и коэффициент трения.

Задача 1.3. Частица массой m_1 и зарядом q_1 движется со скоростью u_1 из бесконечности к покоящейся в начале частице массой m_2 и зарядом q_2 ($q_1 > 0, q_2 > 0$). Определить минимальное расстояние r_{min} между заряженными частицами в процессе их движения.

Решение. При приближении первой заряженной частицы к одноименно заряженной второй частице (рис. а) последняя начинает движение.



Минимальное расстояние между частицами наступит в тот момент, когда относительная скорость их движения станет равной нулю, т. е. скорости частиц станут равными по величине ($u_1 = u_2 = u$) и направленными в одну сторону (рис. б). Система частиц замкнутая.

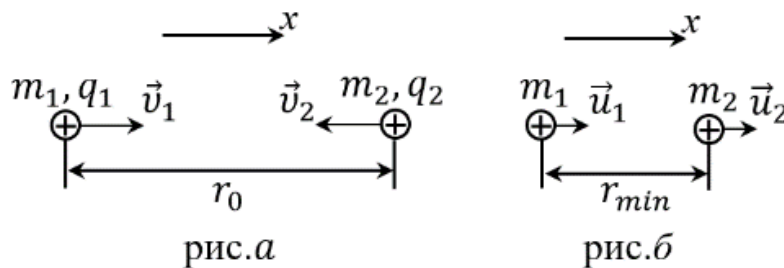
Для определения минимального расстояния между частицами воспользуемся законами сохранения импульса в проекции на ось Ox : $m_1 v_1 = (m_1 + m_2)u = p$ (импульс замкнутой системы $p = const$) и энергии: $\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} + \frac{kq_1 q_2}{r_{min}}$ (потенциальная энергия взаимодействия частиц на бесконечно большом расстоянии $\frac{kq_1 q_2}{r_\infty}$ равна нулю).

Закон сохранения энергии с учетом формулы $E = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$ запишем в виде $\frac{p^2}{2m_1} = \frac{p^2}{2(m_1 + m_2)} + \frac{kq_1 q_2}{r_{min}}$.

$$\text{Отсюда } r_{min} = \frac{2kq_1 q_2 m_1 (m_1 + m_2)}{p^2 m_2} = \frac{2kq_1 q_2 (m_1 + m_2)}{m_1 m_2 v_1^2}.$$

Задача 1.4. Две одноименно заряженные частицы массами m_1 и m_2 ($m_1 > m_2$) и зарядами q_1 и q_2 движутся навстречу друг другу. Когда расстояние между частицами r_0 , их скорости равны v_1 и v_2 соответственно. Определить минимальное расстояние, на которое сблизятся частицы.

Решение. В процессе движения частиц мгновенные силы кулоновского взаимодействия (отталкивания) оказываются равными (рис. а).



Из второго закона Ньютона следует, что модуль мгновенного ускорения будет больше у частицы меньшей массы. Поэтому на некотором расстоянии r между частицами ее скорость становится равной нулю, и частица начинает движение в противоположном направлении, совпадающим с направлением движения первой частицы (рис. б).

В момент времени, когда скорости частиц станут одинаковыми ($u_1 = u_2 = u$), т. е. их относительная скорость станет равной нулю, расстояние между частицами станет минимальным. Запишем закон сохранения импульса в проекции на ось Ox : $m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2)u$.

Закон сохранения энергии будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{kq_1 q_2}{r_0} &= \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} + \frac{kq_1 q_2}{r_{min}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{kq_1 q_2 (r_0 - r_{min})}{r_0 r_{min}} &= \frac{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 - (m_1 + m_2)u^2}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Отсюда } \frac{r_0 - r_{min}}{r_{min}} = \frac{r_0 (m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 - (m_1 + m_2)u^2)}{2kq_1 q_2}.$$

Если $m_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$, $m_2 = 10^{-3} \text{ кг}$, $v_1 = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $v_2 = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$,
 $q_1 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$, $q_2 = 10^{-6} \text{ Кл}$, $r_0 = 10 \text{ м}$, то $u = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

$$\text{Тогда } \frac{r_0 - r_{\min}}{r_{\min}} = \frac{10 \cdot (2 \cdot 10^{-3} \cdot 25 + 10^{-3} \cdot 16 - 3 \cdot 10^{-3} \cdot 4)}{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-12}} = 15.$$

Минимальное расстояние между частицами $r_{\min} = 0,625 \text{ м} = 62,5 \text{ см}$.

Задача 1.5. Две частицы массой $m = 2 \text{ г}$ каждая с зарядами $q_1 = 2 \text{ мкКл}$ и $q_2 = -2 \text{ мкКл}$ закреплены на расстоянии $r = 3 \text{ м}$. Одной из частиц сообщают скорость $v = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Определить максимальное расстояние между частицами в процессе их движения.

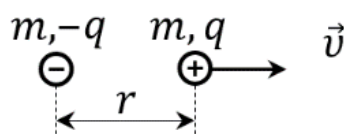


рис.а

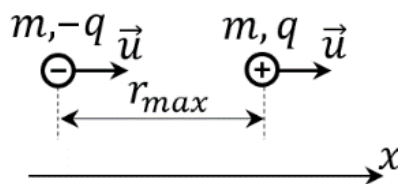


рис.б

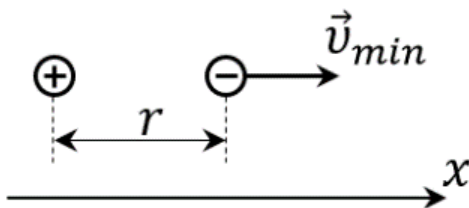
Решение. Между разноимённо заряженными частицами действуют силы кулоновского притяжения. Поэтому, как только начала двигаться одна частица, тут же приходит в движение другая. Она движется с ускорением вслед за первой, в то время как первая движется замедленно. Когда относительная скорость частиц станет равной нулю, т. е. скорости частиц станут одинаковыми по величине и направлению, расстояние между разноимённо заряженными частицами будет максимальным.

К этой замкнутой системе применимы законы сохранения импульса в проекции на ось Ox : $mv = 2mu$ (1) и энергии: $\frac{mv^2}{2} - \frac{kq^2}{r} = \frac{2mu^2}{2} - \frac{kq^2}{r_{\max}}$ (2).

Из (1) скорость каждой частицы $u = \frac{v}{2}$.

$$\text{Из (2)} \quad \frac{kq^2}{r_{\max}} = \frac{mv^2}{4} - \frac{mv^2}{2} + \frac{kq^2}{r} = \frac{kq^2}{r} - \frac{mv^2}{4} \Rightarrow r_{\max} = \frac{4kq^2 r}{4kq^2 - mv^2} = 9 \text{ м}.$$

Задача 1.6. Две частицы (см. условие предыдущей задачи) расположены на расстоянии $r = 2$ м. Определите минимальную скорость v_{min} , которую необходимо сообщить одной из частиц, чтобы они не столкнулись в процессе дальнейшего движения.



Решение аналогично решению предыдущей задачи. Однако следует учесть, что частицы не смогут столкнуться только при условии отсутствия между ними электрического взаимодействия, т. е. между ними должно быть бесконечно большое расстояние. Для данной замкнутой системы закон сохранения энергии запишется в виде $\frac{mv_{min}^2}{2} - \frac{kq^2}{r} = \frac{2mu^2}{2}$ (1), где $\frac{mv_{min}^2}{2}$ – минимальная кинетическая энергия, которую следует сообщить одной из частиц, чтобы вторая не успела ее догнать; $-\frac{kq^2}{r}$ – начальная потенциальная энергия взаимодействия заряженных частиц; $\frac{2mu^2}{2}$ – кинетическая энергия частиц на бесконечно большом расстоянии друг от друга. Когда частицы будут двигаться с одинаковой скоростью $\vec{u}$, между ними должно быть бесконечно большое расстояние. Эту скорость определим из закона сохранения импульса:

$$mv_{min} = 2mu \Rightarrow u = \frac{v_{min}}{2} \quad (2).$$

Подставим (2) в (1): $\frac{mv_{min}^2}{4} = \frac{kq^2}{r}$; определим минимальную скорость, сообщенную частице: $v_{min} = \sqrt{\frac{4kq^2}{mr}}$, $v_{min} = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Задача 1.7. Двум частицам массами $m_1 = 4$ г и $m_2 = 5$ г каждая и с зарядами $q_1 = 3$ мкКл и $q_2 = -6$ мкКл, расположенным на расстоянии $r = 6$ м друг от друга, сообщают одинаковые скорости $v = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ в противоположных направлениях. Определить в этом случае максимальное расстояние между частицами при их относительном движении.

Решение. Подход к решению аналогичен предыдущим задачам: максимальное расстояние между частицами будет в тот момент, когда их относительная скорость станет равной нулю, т. е. скорости частиц будут равны и направлены в одну сторону.

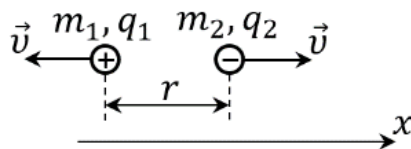


рис.а

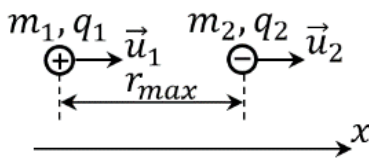


рис.б

Анализ движения позволяет сказать, что мгновенные силы Кулона, действующие на частицы, равны. Следовательно, частица с малой массой будет двигаться с большим по модулю мгновенным ускорением до остановки. После чего она разворачивается и уже ускоренно движется вслед за другой частицей, скорость которой продолжает уменьшаться. Как только скорости частиц $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$ будут сонаправлены и равны ($u_1 = u_2 = u$), расстояние между частицами станет максимальным (r_{max}).

Поскольку система частиц замкнутая, то для определения этого расстояния воспользуемся законом сохранения импульса в проекции на ось Ox

$$-m_1 v + m_2 v = (m_1 + m_2) u_x \Rightarrow u_x = \frac{(m_2 - m_1) v}{m_1 + m_2} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{и энергии: } -\frac{k q_1 |q_2|}{r} + \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} &= -\frac{k q_1 |q_2|}{r_{max}} + \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{k q_1 |q_2|}{r_{max}} &= \frac{k q_1 |q_2|}{r} + \frac{(m_1 + m_2)(u^2 - v^2)}{2} \quad (4). \end{aligned}$$

Подставим (3) в (4) и получим:

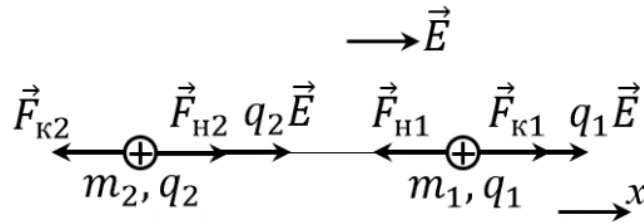
$$\frac{k q_1 |q_2|}{r_{max}} = \frac{k q_1 |q_2|}{r} + \frac{(m_2 - m_1)^2 - (m_1 + m_2)^2}{2(m_1 + m_2)} v^2 = \frac{k q_1 |q_2|}{r} - 2 \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v^2 \quad (5).$$

Из (5) максимальное расстояние между частицами:

$$r_{max} = \frac{k q_1 |q_2| r (m_1 + m_2)}{k q_1 |q_2| (m_1 + m_2) - 2 m_1 m_2 r v^2}, \quad r_{max} = 17,6 \text{ м.}$$

Задача 1.8. Вдоль силовой линии электрического поля с напряженностью $E = 70 \frac{\text{кВ}}{\text{м}}$ движутся два заряженных шарика, связанных непроводящей нитью. Массы шариков $m_1 = 500 \text{ г}$, $m_2 = 200 \text{ г}$, заряды шариков $q_1 = 2 \text{ мкКл}$, $q_2 = 5 \text{ мкКл}$ соответственно. Определить силу натяжения нити, если ее длина $l = 30 \text{ см}$.

Решение. а) Выберем направление электрического поля слева направо, рассмотрим силы, действующие на каждый заряд (рис.).



Силы натяжения нити $F_{H1} = F_{H2} = F_H$ и силы кулоновского отталкивания между одноименно заряженными шариками $F_{K1} = F_{K2} = F_K = \frac{k|q_1||q_2|}{l^2}$, действующие на каждый заряд, по третьему закону Ньютона равны по модулю.

Расчет показывает, что сила Кулона $F_K = 1 \text{ Н}$.

Запишем второй закон Ньютона для каждого шарика отдельно для проекций сил на ось Ox :

$$F_K - F_H + q_1 E = m_1 a \quad (1);$$

$$-F_K + F_H + q_2 E = m_2 a \quad (2).$$

Сложив (1) и (2) почленно, определим ускорение a , с которым движутся шарики:

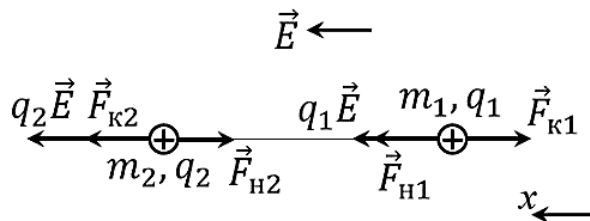
$$(q_1 + q_2)E = (m_1 + m_2)a \Rightarrow a = \frac{q_1 + q_2}{m_1 + m_2} E = 0,7 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Вычитая (2) из (1), получаем:

$$2F_K - 2F_H + (q_1 - q_2)E = (m_1 - m_2)a.$$

$$\text{Сила натяжения } F_H = \frac{2F_K + (q_1 - q_2)E - (m_1 - m_2)a}{2} = 0,79 \text{ Н}.$$

б) Поменяем направление поля.



Воспользовавшись теми же рассуждениями, запишем второй закон Ньютона в проекции на ось Ox :

$$F_H - F_K + q_1 E = m_1 a \quad (1);$$

$$-F_H + F_K + q_2 E = m_2 a \quad (2).$$

$$\text{Ускорение } a = \frac{q_1 + q_2}{m_1 + m_2} E = 0,7 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

$$\text{Вычтем (2) из (1): } 2F_H - 2F_K + (q_1 - q_2)E = (m_1 - m_2)a.$$

Тогда искомая сила натяжения в данном случае

$$F_H = \frac{2F_K - (q_1 - q_2)E + (m_1 - m_2)a}{2} = 1 \text{ Н}.$$